

Modelagem

Prof. Adriano Maranhão

1

Sumário

- Introdução.
- Processo de modelagem.
- Vantagens do processo da modelagem na tomada de decisões.
- Pontos importantes na modelagem matemática.
- Exemplos.
- Exercícios.

2

Introdução

- No processo da tomada de decisões a modelagem tem papel fundamental para resolução de problemas em pesquisa operacional. Através dela podemos quantificar o problema e entender as limitações impostas pela escolha adotada.

3

Processo de Modelagem



4

Vantagens do processo da modelagem na tomada de decisões

- Os modelos forçam os decisores a tornarem explícitos seus objetivos.
- Os modelos forçam a identificação e o armazenamento das diferentes decisões que influenciam os objetivos.
- Os modelos forçam a identificação e o armazenamento dos relacionamentos entre as decisões.
- Os modelos forçam a identificação das variáveis a serem incluídas e em que termos elas serão quantificáveis.
- Os modelos forçam o reconhecimento de limitações.
- Os modelos permitem a comunicação de suas ideias e seu entendimento para facilitar o trabalho de grupo.

5

Pontos importantes na modelagem matemática

- Variáveis de decisão e parâmetros: variáveis de decisão são as incógnitas a serem determinadas pela solução do modelo. Parâmetros são valores fixos no problema;
- Função objetivo: é uma função matemática que define a qualidade da solução em função das variáveis de decisão.
- Restrições: de modo a levar em conta as limitações físicas do sistema, o modelo deve incluir restrições que limitam as variáveis de decisão a seus valores possíveis (ou viáveis);

6

Exemplo 1

- Certa empresa fabrica dois produtos TV e Smartphone. O lucro unitário da TV é de R\$1000 e o lucro unitário do Smartphone é de R\$1800. A empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de TV e de 30 horas para fabricar uma unidade de Smartphone. O tempo anual de produção disponível para isso é de 1200 horas. A demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para TV e 30 unidades anuais para Smartphone. Qual é o plano de produção para que a empresa maximize seu lucro nesses itens?

7

Variáveis de decisão e parâmetros.

- $X_1 = \text{TV}$
- $X_2 = \text{Smartphone}$

8

Identificação da função objetivo

- $\text{Max } Z = 1000X_1 + 1800X_2$

9

Tabela de dados

Tabela de dados			
	TV	SMARTPHONE	RESTRIÇÕES
LUCRO	1000	1800	
TEMPO DE PRODUÇÃO	20	30	1200
DEMANDA	40	30	$TV \leq 40, SMART \leq 30$

10

Resposta

$X_1 = \text{TV}, X_2 = \text{Smartphone}$

$\text{Max } Z = 1000X_1 + 1800 X_2$

Restrições:

$20X_1 + 30 X_2 \leq 1200$ Restrição do tempo de produção

$X_1 \leq 40$

$X_2 \leq 30$

$X_1 \geq 0$

$X_2 \geq 0$

11

Exemplo 2

- Uma pessoa precisa de no mínimo 10, 12 e 12 unidades dos produtos químicos Ario, Borio e Citrio, respectivamente, para o seu jardim. Um produto contém 5, 2 e 1 unidade de Ario, Borio e Citrio, respectivamente, por vidro; um produto em pó contém 1, 2 e 4 unidades de Ario, Borio e Citrio respectivamente por caixa. Se o produto líquido custa R\$3,00 por vidro e o produto em pó custa R\$2,00 por caixa, quantos vidros e quantas caixas ele deve comprar para minimizar o custo e satisfazer as necessidades?

12

Entrega em sala de aula.

EXERCÍCIOS

13

Exercício 1

- Uma empresa têxtil tem disponíveis, os seguintes tecidos: 16 metros de algodão, 11 metros de seda e 15 metros de lã. Para um terno são necessários 2 metros de algodão, 1 metro de seda e 1 metro de lã. Para um vestido, são necessários 1 metro de algodão, 2 metros de seda e 3 metros de lã. Se um terno é vendido por \$300,00 e um vestido por \$500,00, quantas peças de cada tipo a empresa deve fazer, de modo a maximizar o seu lucro?

14

Exercício 2

- Uma empresa de frete de caminhões possuía dois tipos de caminhões: o tipo Flexible com 2 metros cúbicos de espaço refrigerado e 4 metros cúbicos de espaço não refrigerado e o tipo Equilibrium com 3 metros cúbicos refrigerados e 3 não refrigerados. Uma fábrica precisou transportar 90 metros cúbicos de produto refrigerado e 120 metros cúbicos de produto não refrigerado. Quantos caminhões de cada tipo ela deve alugar, de modo a maximizar a receita, se o aluguel do caminhão Flexible era \$0,30 por km e o do Equilibrium, \$0,40 por km.

15

Exercício 3

- Uma emissora de TV tem o seguinte problema: foi descoberto que o programa A com 20 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 30.000 telespectadores, enquanto o programa B, com 10 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama atenção de 10.000 telespectadores. No decorrer de uma semana, o patrocinador insiste no uso de no mínimo, 5 minutos para sua propaganda e que não há verba para mais de 80 minutos de música. Quantas vezes por semana cada programa deve ser levado ao ar para obter o número máximo de telespectadores? Elabore o modelo.

16

Exercício 4

- Um casal tem R\$ 10.000,00 para investir e seu corretor sugere investir em dois títulos, Tesouro direto e o Imobil. O título Tesouro direto é bastante arriscado, com lucro anual de 10% e o título Imobil é bastante seguro, com um lucro anual de 7%. Depois de algumas considerações, ela resolve investir no máximo R\$ 6.000,00 no título Tesouro direto, no mínimo R\$ 2.000,00 no título Imobil. Como ela deverá investir seus R\$ 10.000,00 a fim de maximizar o rendimento anual?

17

Exercício 5

- Uma confeitaria produz dois tipos de bolos: chocolate e creme. Cada bolo de chocolate é vendido com um lucro de R\$3,00 e os bolo de creme com um lucro de R\$1,00 . Contratos com várias lojas impõem que sejam produzidos no mínimo 10 bolos de chocolate por dia e que o total de bolos fabricados nunca seja menos que 20. O mercado só é capaz de consumir até 40 bolos de creme e 60 de chocolate. As máquinas de preparação do bolo disponibilizam 180 horas de operação, sendo que o bolo de chocolate consome 2 horas de trabalho e cada bolo de creme 3 horas. Faça modelo do problema.

18

Exercício 6

- Um fornecedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele já transporta 200 caixas de laranjas a 20 reais de lucro por caixa por mês. Ele necessita transportar pelo menos 100 caixas de pêssegos a 10 reais de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a 30 reais de lucro por caixa. De que forma deverá ele carregar o caminhão para obter o lucro máximo?

19